Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen, Dr. M. Lange

WS 03/04

30.10.03

# Übungen zur Vorlesung
# **Informatik I**

Blatt 2

Abgabe der Hausaufgaben spätestens am 6.11.03, 11:15 Uhr. Programmieraufgaben über

`http://miles.tcs.informatik.uni-muenchen.de/info1/...`,

schriftliche Aufgaben auf Papier zu Beginn der Vorlesung. Notieren Sie Namen, Matrikelnummern und Ihre Übungsgruppe auf den Blättern. Bearbeitung in Gruppen zu max. 3 Personen ist zulässig. Besprechung der Aufgaben in den Übungen ab 10.11.03.

**Schriftliche Aufgabe S-9:** **6 Punkte**

Geben Sie jeweils einen Term vom Typ *bool*, aufgebaut aus den Symbolen $x, y, z, <, =, +, *, \wedge, \vee, \neg,$ $0, 1, (, )$, der folgenden Sachverhalt ausdückt, an. Dabei seien $x, y$ und $z$ Variablen vom Typ $\mathbb{N}$, und die Bedeutung der anderen Symbole ist wie üblich, bzw. wie in der Vorlesung angegeben.

a) Entweder $x$ ist kleiner als $y$ oder $y$ ist kleiner als $x$.

b) Wenn $x$ gleich $y$ und $y$ gleich $z$ ist, dann ist auch $x$ gleich $z$.

c) $x$ ist kleiner als $y$ genau dann, wenn $y$ nicht kleiner als $x$ ist.

d) Nur wenn $x$ oder $y$ den Wert 0 oder 1 hat, dann ist $x$ mal $y$ kleiner als $x$ plus $y$.

e) $x$ ist das Minimum von $y$ und $z$.

Geben Sie jeweils an, wovon der Wert des Termes abhängt.

**Schriftliche Aufgabe S-10:** **4 Punkte**

Geben Sie zu jedem der folgenden Terme jeweils die Menge der freien und der gebundenen Variablen an. Dabei sei $\lambda$ eine Abkürzung für **function**.

a) $\textbf{let } f = \lambda(x)\ g(x) \textbf{ in } f(y)$

b) $\lambda(x, y) \textbf{ let } x = y \textbf{ in } y$

c) $\textbf{let } f = \lambda(y) \textbf{ let } g = \lambda(x)\ x + x \textbf{ in } g(g(y)) \textbf{ in } f(z)$

d) $\lambda(x) \textbf{ let } y = f(z) \textbf{ in } \textbf{let } z = g(x) \textbf{ in } z + x + y$

**Schriftliche Aufgabe S-11:** **5 Punkte**

Betrachten Sie die folgende rekursive Funktion $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$.

$f$ = **function**$(x, y)$ **if** $y = 0$ **then** $x + 1$ **else** $f(f(x, y - 1), y - 1)$

Geben Sie einen geschlossenen – d.h. nicht rekursiven – Term an, der für $n, m \in \mathbb{N}$ den Wert $f(n, m)$ hat, und beweisen Sie dies.

*Hinweis*: Durch Einsetzen von konkreten Werten für *eines* der Argumente kommen Sie zu einer Vermutung, die Sie dann durch Induktion beweisen sollten.

**Schriftliche Aufgabe S-12:** **5 Punkte**

Gegeben seien zwei Wörter $w = w_1 \dots w_n$ und $v = v_1 \dots v_m$, wobei die $w_i$ und $v_i$ Symbole eines beliebigen Alphabets sind. Nehmen wir an, dass es einen Datentyp *Wort* gibt, so dass $w$ und $v$ diesen Typ haben. Geben Sie in Pseudocode einen **rekursiven** Algorithmus vom Typ *Wort* $\times$ *Wort* $\to$ *bool* an, der entscheidet, ob $v$ ein Präfix von $w$ ist.

Dabei heißt $v$ ein Präfix von $w$, falls $m \leq n$ ist und es ein Wort $u = u_1 \dots u_{n-m}$ gibt, so dass $vu = w$, also $u$ angehängt an $v$ ergibt $w$. Beachten Sie, dass $m = 0$ möglich ist. In diesem Fall ist $v$ das sogenannte *leere Wort*, welches Präfix von jedem beliebigen anderen Wort ist.

Definieren Sie eine Relation $<$ auf *Wort* $\times$ *Wort*, und geben Sie eine Abstiegsfunktion für Ihren Algorithmus bzgl. dieser Ordnung an.