Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen, Dr. M. Lange

WS 03/04

6.11.03

Übungen zur Vorlesung
Informatik I

Blatt 3

Abgabe der Hausaufgaben spätestens am 17.11.03, 11:00 Uhr. Programmieraufgaben über
`http://miles.tcs.informatik.uni-muenchen.de/info1/...`,
schriftliche Aufgaben auf Papier im Briefkasten in der Theresienstraße 39, 1. Stock. Notieren Sie Namen, Matrikelnummern und Ihre Übungsgruppe auf den Blättern. Bearbeitung in Gruppen zu max. 3 Personen ist zulässig. Besprechung der Aufgaben in den Übungen ab 24.11.03.

Schriftliche Aufgabe S-13: **5 Punkte**

Eine natürliche Zahl n heißt *vollkommen*, falls $n - 1$ gleich der Summe aller echten Teiler von n ist. Ein echter Teiler von m ist jeder Teiler ausser 1 und m selbst. Beispiele für vollkommene Zahlen sind $1, 6, 28, 496, 8128, \ldots$.

Begründen Sie, warum sich das Problem, für eine gegebene Zahl zu entscheiden, ob sie vollkommen ist, nicht einfach rekursiv lösen läßt.

Überlegen Sie sich, in welches generelle Problem sich dieses einbetten läßt, und geben Sie in Pseudocode einen Algorithmus an, der entscheidet, ob eine gegeben Zahl vollkommen ist.

Hinweis: Sie dürfen auch Anweisungen wie "let $p = \ldots$ Teiler von $\ldots$" benutzen.

Schriftliche Aufgabe S-14: **5 Punkte**

Betrachten Sie die folgende rekursive Funktion f, die auf $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ definiert ist:

f = **function**(n)
  if $n = 1$ **then** 1
    else if $pow2(n)$ **then let** $m = \log_2(n)$ **in** $f(m) + 1$
      else $f(n + 1)$

wobei $pow2 : \mathbf{nat} \to \mathbf{bool}$ eine Funktion ist, die **true** liefert genau dann, wenn das Argument eine Zweierpotenz ist.

Ferner sei die Funktion $m : \mathbb{N} \setminus \{0\} \to \mathbb{N} \setminus \{0\}$ definiert durch

$$m(n) = 2^{\lceil \log_2(n) \rceil + 1} - n \, .$$

Zeigen Sie, dass m eine Abstiegsfunktion für diese Rekursion ist. Dazu sind genauer die folgenden Aussagen zu zeigen:

a) $m(1) = 1$, und für alle $n > 1$ ist $m(n) > 1$.

b) Wird beim Aufruf $f(n)$ die Funktion f mit Argument n' rekursiv aufgerufen, dann ist $m(n') < m(n)$.

Schriftliche Aufgabe S-15: **5 Punkte**

Betrachten Sie die folgende rekursive Funktion f, die auf Paaren (n, m) von natürlichen Zahlen, für die $n \leq m$ gilt, definiert ist.

f = **function**(n, m)
  if $n = m$ **then** n
    else $f(n, \lfloor \frac{n+m}{2} \rfloor) * f(\lceil \frac{n+m}{2} \rceil, m)$

Geben Sie eine geeignete Funktion M an, und zeigen Sie, dass M eine Abstiegsfunktion für f ist.

Schriftliche Aufgabe S-16: **5 Punkte**

Geben Sie den Typ jedes der untenstehenden Ausdrücke an. Beachten Sie, dass diese Ausdrücke evtl. polymorphe Funktionen darstellen, und seien Sie so allgemein wie möglich.

a) $\mathbf{function}(f)\ f(0)$

b) $\mathbf{function}(f, x)\ f(x)$

c) $\mathbf{function}(f, n)\ f^n(0)$

d) $\mathbf{function}(f, n, x)\ f^n\ (0, x)$.

Dabei steht, wie in der Vorlesung, $f^n(x)$ kurz für $\mathrm{iteriere}(f, x, n)$.