Institut für Informatik
der Universität München
Prof. Dr. M. Hofmann
Dr. J. Johannsen, Dr. M. Lange

WS 03/04

Übungen zur Vorlesung
Informatik I

Musterlösungen zu Blatt 11

Lösung zu Aufgabe P-43: (`fold.ml`)
Siehe http://www.tcs.informatik.uni-muenchen.de/lehre/WS03-04/InfoI/blaetter/fold.ml .

Lösung zu Aufgabe P-44: (`schlange.ml`)
Siehe http://www.tcs.informatik.uni-muenchen.de/lehre/WS03-04/InfoI/blaetter/schlange.ml .

Lösung zu Aufgabe S-45:
Wir zeigen die Aussage durch Induktion über die Höhe eines Baumes t. Mit $|t|$ bezeichnen wir die Anzahl der Elemente von t, mit $h(t)$ seine Höhe.

Induktionsanfang, $h(t) = 0$: Nur der leere Baum hat Höhe 0, also $t = \texttt{Empty}$.

$$|t| = |\texttt{Empty}| = 0 \leq 2^0 - 1 = 0$$

Induktionsschritt, $h(t) > 0$: Jetzt kann t nicht leer sein, also $t = \texttt{Build}(\texttt{x}, \texttt{l}, \texttt{r})$ für einen Knoten x und zwei binäre Bäume l und r. Für $h(t)$ gilt:

$$h(t) = 1 + \max\{h(l), h(r)\}$$

In anderen Worten: $h(l) \leq h(t) - 1$ und $h(r) \leq h(t) - 1$. Deswegen läßt sich die Induktionshypothese auf l und r anwenden. Demnach gilt $|l| \leq 2^{h(l)} - 1$ und $|r| \leq 2^{h(r)} - 1$. Für die Anzahl der Elemente in t gilt dann:

$$|t| = 1 + |l| + |r| \leq 1 + 2^{h(l)} - 1 + 2^{h(r)} - 1 = 2^{h(l)} + 2^{h(r)} - 1 \leq 2 \cdot 2^{h(t)-1} - 1 = 2^{h(t)} - 1$$

Lösung zu Aufgabe P-46: (`baeume.ml`)
Siehe http://www.tcs.informatik.uni-muenchen.de/lehre/WS03-04/InfoI/blaetter/baeume.ml .