

Übungen zur Vorlesung Informatik I

Musterlösungen zu Blatt 7

Lösung zu Aufgabe S-28:

- a) Ausgewertet werden $x \ \&\& \ (\text{not } y) \ || \ (\text{not } x) \ || y, x \ \&\& \ (\text{not } y) \ || \ (\text{not } x), x \ \&\& \ (\text{not } y), x, (\text{not } x), x$. Nicht ausgewertet werden $(\text{not } y), y, y$.
- b) Ausgewertet werden $\text{if not } (x=y) \text{ then } x||y \text{ else } x\&\&y, \text{not } (x=y), (x=y), x, y, x||y, x, y$. Nicht ausgewertet werden $x\&\&y, x, y$.
- c) Ausgewertet wird alles: $f \ x \ (g \ y), x, (g \ y), y$.

Lösung zu Aufgabe S-29:

Nach dem "Satz von der partiellen Korrektheit" reicht es aus, folgende zwei Aussagen zu beweisen:

- für alle $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ wird bei Ausführung von $\text{lgz } n$ die Funktion lgz nur für Werte aus $\mathbb{N} \setminus \{0\}$ rekursiv aufgerufen.
- für alle $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ liefert $\text{lgz } n$ den Wert $\lceil \log_2(n) \rceil$, vorausgesetzt dass dies für alle Werte gilt, für die lgz rekursiv aufgerufen wird.

Ad 1.: Für $n = 1$ erfolgt kein rekursiver Aufruf, und für $n \geq 2$ einer mit $\lfloor n/2 \rfloor \geq 1$.

Ad 2.: Für $n = 1$ ist $\text{lgz}(1) = 0 = \lceil \log_2(1) \rceil$. Für $n \geq 2$ ungerade ist

$$\begin{aligned} \text{lgz}(n) &= \text{lgz}(n+1) && \text{nach Definition} \\ &= \lceil \log_2(n+1) \rceil && \text{nach Voraussetzung} \\ &= \lceil \log_2(n) \rceil && \text{da } n \text{ ungerade ist.} \end{aligned}$$

Für $n \geq 2$ gerade ist

$$\begin{aligned} \text{lgz}(n) &= \text{lgz}(n/2) + 1 && \text{nach Definition} \\ &= \lceil \log_2(n/2) \rceil + 1 && \text{nach Voraussetzung} \\ &= \lceil \log_2(n) \rceil - 1 + 1 \\ &= \lceil \log_2(n) \rceil. \end{aligned}$$

Lösung zu Aufgabe S-30:

- a) 1. $\emptyset, 3^*(\text{let } x=4 \text{ in } x+1) - \text{if } 2>0 \text{ then } 10 \text{ else } 5 \rightarrow 5$ wegen 2,9
2. $\emptyset, 3^*(\text{let } x=4 \text{ in } x+1) \rightarrow 15$ wegen 3,4
3. $\emptyset, 3 \rightarrow 3$
4. $\emptyset, \text{let } x=4 \text{ in } x+1 \rightarrow 5$ wegen 5,6
5. $\emptyset, 4 \rightarrow 4$
6. $\{\langle x, 4 \rangle\}, x+1 \rightarrow 5$ wegen 7,8

7. $\{\langle x, 4 \rangle\}, x \rightarrow 4$
8. $\{\langle x, 4 \rangle\}, 1 \rightarrow 1$
9. $\emptyset, \text{if } 2 > 0 \text{ then } 10 \text{ else } 5 \rightarrow 10$ wegen 10,13
10. $\emptyset, 2 > 0 \rightarrow \text{true}$ wegen 11,12
11. $\emptyset, 2 \rightarrow 2$
12. $\emptyset, 0 \rightarrow 0$
13. $\emptyset, 10 \rightarrow 10$

- b)
1. $\emptyset, \text{let rec pow} = \text{fun } (n, m) \rightarrow \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n, m-1) \text{ in } \text{pow } (3, 2) \rightarrow 9$ wegen 2
 2. $U_1, \text{pow } (3, 2) \rightarrow 9$ wegen 3,4,5
 3. $U_1, \text{pow} \rightarrow (\text{fun } (n, m) \rightarrow \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n, m-1), \emptyset)$
 4. $U_1, (3, 2) \rightarrow (3, 2)$
 5. $U_2, \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n, m-1) \rightarrow 9$ wegen 6,9
 6. $U_2, m=1 \rightarrow \text{false}$ wegen 7,8
 7. $U_2, m \rightarrow 2$
 8. $U_2, 1 \rightarrow 1$
 9. $U_2, n * \text{pow } (n, m-1) \rightarrow 9$ wegen 10,11
 10. $U_2, n \rightarrow 3$
 11. $U_2, \text{pow } (n, m-1) \rightarrow 3$ wegen 12,13,18
 12. $U_2, \text{pow} \rightarrow (\text{fun } (n, m) \rightarrow \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n, m-1), \emptyset)$
 13. $U_2, (n, m-1) \rightarrow (3, 1)$ wegen 14,15
 14. $U_2, n \rightarrow 3$
 15. $U_2, m-1 \rightarrow 1$ wegen 16,17
 16. $U_2, m \rightarrow 2$
 17. $U_2, 1 \rightarrow 1$
 18. $U_3, \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n, m-1) \rightarrow 3$ wegen 19,22
 19. $U_3, m=1 \rightarrow \text{true}$ wegen 20,21
 20. $U_3, m \rightarrow 1$
 21. $U_3, 1 \rightarrow 1$
 22. $U_3, n \rightarrow 3$

wobei

$$\begin{aligned}
 U_1 &= \{\langle \text{pow}, (\text{pow} = \text{fun } (n, m) \rightarrow \text{if } m=1 \text{ then } n \text{ else } n * \text{pow } (n, m-1), \emptyset) \rangle\} \\
 U_2 &= U_1 + \{\langle n, 3 \rangle, \langle m, 2 \rangle\} \\
 U_3 &= U_2 + \{\langle n, 3 \rangle, \langle m, 1 \rangle\}
 \end{aligned}$$