

Kuniko Yoshida

Simulation von k-Band Turingmaschine durch 1-Band Turingmaschine

(Ergänzung zum Protokoll vom 24.10.2006)

1. Wie eine Mehrband Turingmaschine arbeitet
2. Wie wird sie durch 1-Band Turingmaschine simuliert.

Wir setzen einfachshalber $k=2$

1. Eine Mehrband Turingmaschine zur Teilworterkennung

Sei $M=(Q, \Sigma, I, q_0, q_e)$ mit $Q=\{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_e\}$ und $\Sigma=\{\square, a, b, \# \}$ Eingabe: Wort $v \# w$ auf Band 1 mit $v, w \in (\Sigma \setminus \square)^*$ Erkennung: ob v Teilwort von w . Falls ja, hält Maschine in Zustand q_e an. $\sigma \in I$ sei gegeben durch:

- 1) Kopiere
- v
- auf Band2

a	$(q_0, \square, \square) \rightarrow (q_0, \square, \square, R, R)$
b	$(q_0, a, \square) \rightarrow (q_0, a, a, R, R)$
c	$(q_0, b, \square) \rightarrow (q_0, b, b, R, R)$
d	$(q_0, \#, \square) \rightarrow (q_1, \#, \square, S, L)$

- 2) Gehe zu Anfang von
- v
- auf band 2

a	$(q_1, \#, a) \rightarrow (q_1, \#, a, S, L)$
b	$(q_1, \#, b) \rightarrow (q_1, \#, b, S, L)$
c	$(q_1, \#, \#) \rightarrow (q_1, \#, \#, S, L)$
d	$(q_1, \#, \square) \rightarrow (q_2, \#, \square, R, R)$

- 3) Test auf Gleichheit

a	$(q_2, \square, \square) \rightarrow (q_2, \square, \square, R, R)$
b	$(q_2, \square, a) \rightarrow (q_2, \square, a, R, S)$
c	$(q_2, \square, b) \rightarrow (q_2, \square, b, R, S)$
d	$(q_2, \square, \#) \rightarrow (q_2, \square, \#, R, S)$
e	$(q_2, a, \square) \rightarrow (q_2, a, \square, R, S)$
f	$(q_2, a, a) \rightarrow (q_3, a, a, R, R)$
g	$(q_2, a, \#) \rightarrow (q_2, a, \#, R, S)$
h	$(q_2, a, b) \rightarrow (q_2, a, b, R, S)$
i	$(q_2, b, \square) \rightarrow (q_2, b, \square, R, S)$
j	$(q_2, b, a) \rightarrow (q_2, b, a, R, S)$
k	$(q_2, b, b) \rightarrow (q_3, b, b, R, R)$
l	$(q_2, b, \#) \rightarrow (q_2, b, \#, R, S)$
m	$(q_2, \#, \square) \rightarrow (q_2, \#, \square, R, S)$

n	$(q_2, \#, a) \rightarrow (q_2, \#, a, R, S)$
o	$(q_2, \#, b) \rightarrow (q_2, \#, b, R, S)$
p	$(q_2, \#, \#) \rightarrow (q_3, \#, \#, R, R)$

4) Test auf Gleichheit

a	$(q_3, \square, \square) \rightarrow (q_e, \square, \square, S, S)$
b	$(q_3, a, \square) \rightarrow (q_e, a, \square, S, S)$
c	$(q_3, b, \square) \rightarrow (q_e, b, \square, S, S)$
d	$(q_3, \#, \square) \rightarrow (q_e, \#, \square, S, S)$
e	$(q_3, a, a) \rightarrow (q_3, a, a, R, R)$
f	$(q_3, b, b) \rightarrow (q_3, b, b, R, R)$
g	$(q_3, \#, \#) \rightarrow (q_3, \#, \#, R, R)$

5) Test auf Gleichheit

a	$(q_3, a, b) \rightarrow (q_4, a, b, S, L)$
b	$(q_3, a, \#) \rightarrow (q_4, a, \#, S, L)$
c	$(q_3, b, a) \rightarrow (q_4, b, a, S, L)$
d	$(q_4, b, \#) \rightarrow (q_4, b, \#, S, L)$
e	$(q_3, \#, a) \rightarrow (q_4, \#, a, S, L)$
f	$(q_3, \#, b) \rightarrow (q_4, \#, b, S, L)$

6) Gehe zu Anfang von v auf Band 2 und wiederhole Test3), 4) bzw. 5)

a	$(q_4, \square, a) \rightarrow (q_4, \square, a, S, L)$
b	$(q_4, \square, b) \rightarrow (q_4, \square, b, S, L)$
c	$(q_4, \square, \#) \rightarrow (q_4, \square, \#, S, L)$
d	$(q_4, a, a) \rightarrow (q_4, a, a, S, L)$
e	$(q_4, a, b) \rightarrow (q_4, a, b, S, L)$
f	$(q_4, a, \#) \rightarrow (q_4, a, \#, S, L)$
g	$(q_4, b, a) \rightarrow (q_4, b, a, S, L)$
h	$(q_4, b, b) \rightarrow (q_4, b, b, S, L)$
i	$(q_4, b, \#) \rightarrow (q_4, b, \#, S, L)$
j	$(q_4, \#, a) \rightarrow (q_4, \#, a, S, L)$
k	$(q_4, \#, b) \rightarrow (q_4, \#, b, S, L)$
l	$(q_4, \#, \#) \rightarrow (q_4, \#, \#, S, L)$
m	$(q_4, \square, \square) \rightarrow (q_2, \square, \square, S, R)$
n	$(q_4, a, \square) \rightarrow (q_2, a, \square, S, R)$
o	$(q_4, b, \square) \rightarrow (q_2, b, \square, S, R)$
p	$(q_4, \#, \square) \rightarrow (q_2, \#, \square, S, R)$

Bemerkung

Die Funktion σ ist nicht für alle Argumente definiert

q_0 : kopiert Teilwort von Band 1 auf Band 2

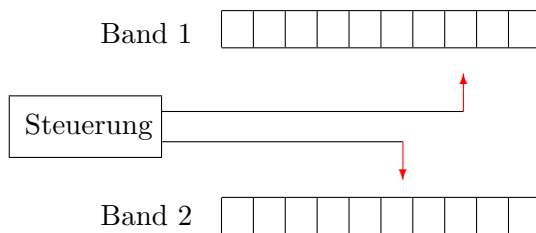
q_1 : suche Anfang auf Band 2

q_2 : suche gleiches Zeichen zu Band 2 auf Band 1

q_3 : gleiches Zeichen zu Band 2 auf Band 1 gefunden

q_4 : ungleiches Zeichen gefunden. suche Anfang auf Band 2

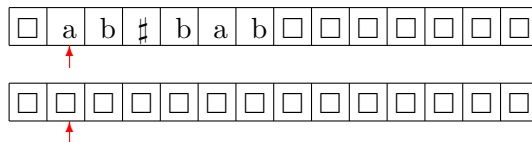
q_e : Gleichheit bis Ende von Teilwort

Prinzip der 2-Band Turingmaschine

(Rote Pfeile sind Leseköpfe. Wir zeichnen in den folgenden Beispielen nur diese.)

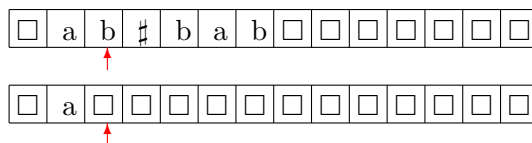
Beispiel 1: ob ab Teilwort von bab ist

Zustand q_0

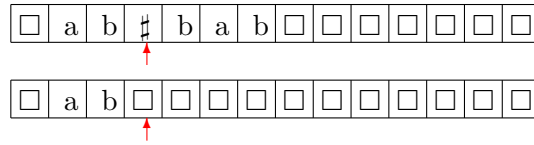
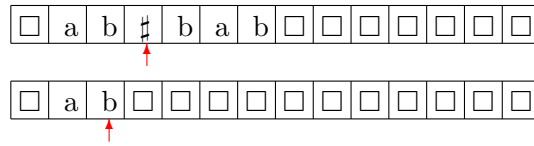
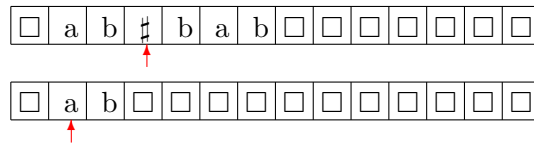
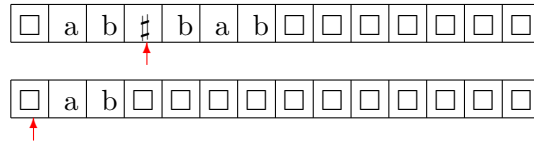
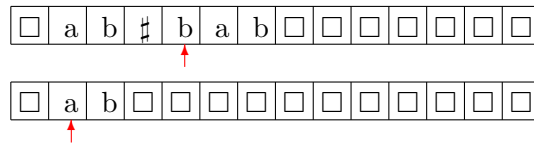
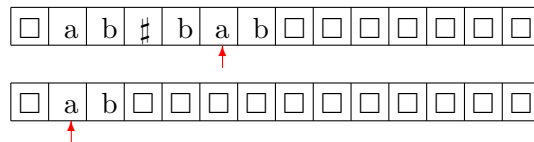


Nach 1) b: $(q_0, a, \square) \rightarrow (q_0, a, a, R, R)$

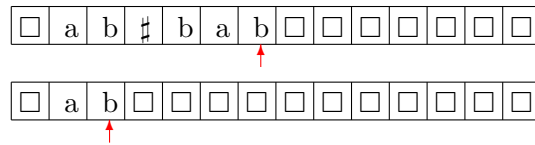
Zustand q_0



Nach 1) c: $(q_0, b, \square) \rightarrow (q_0, b, b, R, R)$

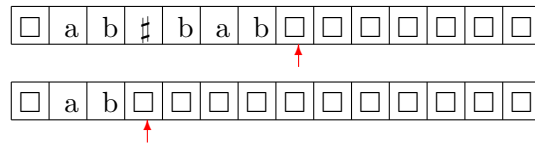
Zustand q_0 Nach 1) d: $(q_0, \#, \square) \rightarrow (q_1, \#, \square, S, L)$ Zustand q_1 Nach 2) b: $(q_1, \#, b) \rightarrow (q_1, \#, b, S, L)$ Zustand q_1 Nach 2) a: $(q_1, \#, a) \rightarrow (q_1, \#, a, S, L)$ Zustand q_1 Nach 2) d: $(q_1, \#, \square) \rightarrow (q_2, \#, \square, R, R)$ Zustand q_2 Nach 3) j: $(q_2, b, a) \rightarrow (q_2, b, a, R, S)$ Zustand q_2 Nach 3) f: $(q_2, a, a) \rightarrow (q_3, a, a, R, R)$

Zustand q_3



Nach 3) k: $(q_2, b, b) \rightarrow (q_3, b, b, R, R)$

Zustand q_3

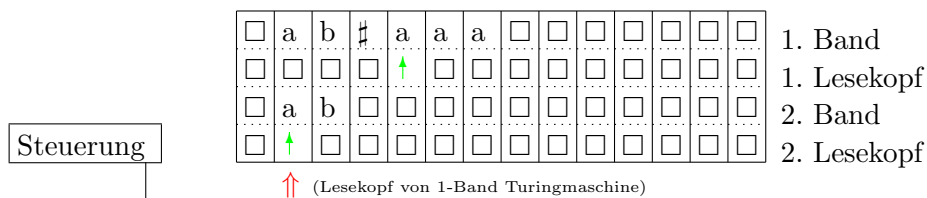


Nach 4) a: $(q_3, \square, \square) \rightarrow (q_e, \square, \square, S, S)$

Endzustand q_e erreicht: d.h. **ab ist Teilwort von bab**

2. Ersetzen der 2-Band Turingmaschine durch 1-Band Turingmaschine

2-Band Turingmaschine wird durch 2×2 Bänder dargestellt und wird zu einem Band mit einem Lesekopf zusammengefasst.



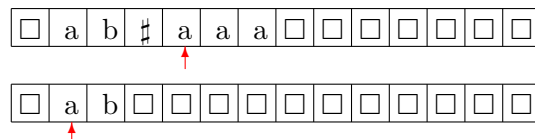
Sei $M' = (Q', \Sigma', \sigma', q'_0, q'_e)$ eine 1-Band Turingmaschine mit

$\Sigma' = \{ (x, s, y, t) : x, y \in \Sigma, s, t \in \{\uparrow, \square\} \}$

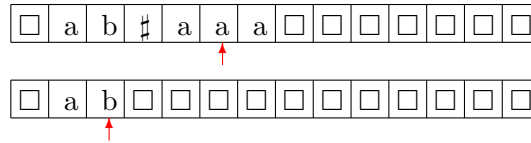
σ' wird am Beispiel 2 beschrieben.

Simulation von einem Schritt zum anderen am vorigen Beispiel:

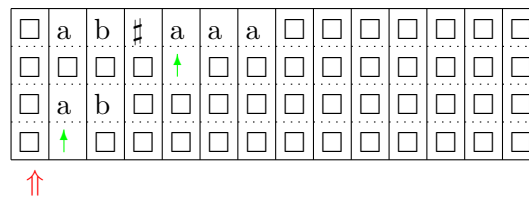
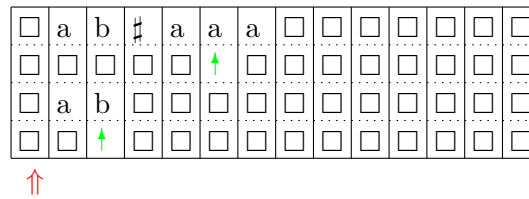
Zustand q_2



Nach 3) f: $(q_2, a, a) \rightarrow (q_3, a, a, R, R)$

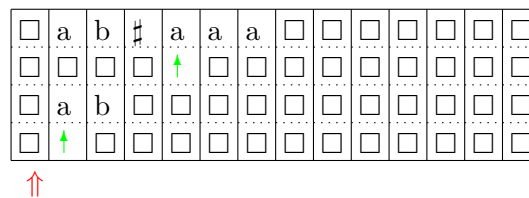
Zustand q_3 

Der obige Schritt wird durch 1-Band Turingmaschine wie folgt dargestellt.

Zustand $(q_2, *, *)$ Zustand $(q_3, *, *)$ 

Der rote Lesekopf sucht den grünen und wenn er ihn findet, aktualisiert er den Inhalt vom 1. bzw. dem 2. Band.

Wir betrachten den Schritt jetzt ausführlicher.

Zustand $(q_2, *, *)$ 

$(q_2, *, *), (\square, \square, \square, \square) \rightarrow (q_2, *, *), (\square, \square, \square, \square), R$
 $\Rightarrow$ Zustand $(q_2, *, *)$

Zustand $(q_2, *, *)$

$\square$	a	b	$\sharp$	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q_2, *, *) , (a, \square, a, \uparrow) \rightarrow (q_2, *, a), (a, \square, a, \uparrow), R$
 $\Rightarrow$ Zustand $(q_2, *, a)$

Zustand $(q_2, *, a)$

$\square$	a	b	$\sharp$	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q_2, *, a), (b, \square, b, \square) \rightarrow (q_2, *, a), (b, \square, b, \square), R$
 $\Rightarrow$ Zustand $(q_2, *, a)$

Zustand $(q_2, *, a)$

$\square$	a	b	$\sharp$	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q_2, *, a), (\sharp, \square, \square, \square) \rightarrow (q_2, *, a), (\sharp, \square, \square, \square), R$
 $\Rightarrow$ Zustand $(q_2, *, a)$

Zustand $(q_2, *, a)$

$\square$	a	b	$\sharp$	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q_2, *, a), (a, \uparrow, \square, \square) \rightarrow (q_2, a, a), (a, \uparrow, \square, \square), R$
 $\Rightarrow$ Zustand (q_2, a, a)

Zustand (q_2, a, a)

$\square$	a	b	#	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q_2, a, a), (a, \uparrow, \square, \square) \rightarrow (q'_2, a, a), (a, \square, \square, \square), R$
 $\Rightarrow$ Zustand (q'_2, a, a)
 (wegen $q_2, a, a \rightarrow q_2, a, a, R, R$ in 2-Band Maschine)

Zustand (q'_2, a, a)

$\square$	a	b	#	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q'_2, a, a), (a, \square, \square, \square) \rightarrow (q_2, a, a), (a, \uparrow, \square, \square), L$
 $\Rightarrow$ Zustand (q_2, a, a)
 (wegen $q_2, a, a \rightarrow q_2, a, a, R, R$ in 2-Band Maschine)

Zustand (q_2, a, a)

$\square$	a	b	#	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q_2, a, a), (a, \square, \square, \square) \rightarrow (q_2, a, a), (a, \square, \square, \square), L$
 $\Rightarrow$ Zustand (q_2, a, a)

Zustand (q_2, a, a)

$\square$	a	b	#	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q_2, a, a), (\#, \square, \square, \square) \rightarrow (q_2, a, a), (\#, \square, \square, \square), L$
 $\Rightarrow$ Zustand (q_2, a, a)

Zustand (q_2, a, a)

↑

$$(q_2, a, a), (b, \square, b, \square) \rightarrow (q_2, a, a), (b, \square, b, \square), L$$

$$\Rightarrow \text{Zustand } (q_2, a, a)$$

Zustand (q_2, a, a)

↑

$$(q_2, a, a), (a, \square, a, \uparrow) \rightarrow (q_2'', a, a), (a, \square, a, \square), R \\ \Rightarrow \text{Zustand } (q_2'', a, a)$$

Zustand (q_2'', a, a)

[illegible]

↑

$$(q_2'', a, a), (b, \square, b, \square) \rightarrow (q_{2,a}, a), (b, \square, b, \uparrow), L \\ \Rightarrow \text{Zustand } (q_2, a, a)$$

Zustand (q₂, a, a)

[illegible]

介

$$(q_2, a, a), (a, \square, a, \square) \rightarrow (q_2, a, a), (a, \square, a, \square), L$$

$$\Rightarrow \text{Zustand } (q_2, a, a)$$

Zustand (q_2, a, a)

$\square$	a	b	#	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

$(q_2, a, a), (\square, \square, \square, \square) \rightarrow (q_3, *, *) , (\square, \square, \square, \square), S$
 $\Rightarrow$ Zustand $(q_3, *, *)$
 (wegen $q_2, a, a \rightarrow q_3, a, a, R, R$ in 2-Band Maschine)

Zustand $(q_3, *, *)$

$\square$	a	b	#	a	a	a	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	a	b	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$
$\square$	$\square$	$\uparrow$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$	$\square$

$\uparrow$

(Ende]