

Übungen zur Vorlesung Temporallogik

Blatt 1

Aufgabe 1: Modellieren Sie einen endlichen Zähler als Transitionssystem. Der Zähler hat die folgenden Eigenschaften:

- Er kann die Werte $1, \dots, \text{max}$ annehmen.
- Er unterstützt die Operationen `inc`, die den Zähler inkrementiert, falls er noch nicht den Wert `max` hat, und `reset`, die ihn auf 0 zurücksetzt.
- Er erlaubt drei Abfragen, um festzustellen, ob der Wert kleiner als `max` ist, ob er gerade ist und ob er eine Primzahl ist.

Aufgabe 2: Beweisen Sie das Lemma 1.2 aus der Vorlesung:

Für jedes Transitionssystem $\mathcal{T}$ und Zustand s gilt $\mathcal{T}, s \sim \mathcal{R}_{\mathcal{T}}(s), s$,
d.h. ein Transitionssystem ist bisimilar zu seiner Baumabwicklung.

Aufgabe 3: Geben Sie einen alternierenden Algorithmus an, der mit logarithmischem Speicherplatz für eine gegebene kontextfreie Grammatik G in Chomsky-Normalform und ein Wort w entscheidet, ob w aus G herleitbar ist.

Aufgabe 4: Die quantifizierte Aussagenlogik erweitert die Aussagenlogik um Quantoren über die Wahrheitswerte, d.h. ihre Syntax ist gegeben durch

$$\varphi ::= x \mid \varphi \wedge \varphi \mid \varphi \vee \varphi \mid \neg \varphi \mid \forall x. \varphi \mid \exists x. \varphi$$

Die Semantik wird erweitert um die definierenden Klauseln für die Quantoren wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathcal{B}, \bar{b} \models \forall x. \varphi & \text{ gdw. } \mathcal{B}, \bar{b}, 0 \models \varphi \text{ und } \mathcal{B}, \bar{b}, 1 \models \varphi \\ \mathcal{B}, \bar{b} \models \exists x. \varphi & \text{ gdw. } \mathcal{B}, \bar{b}, 0 \models \varphi \text{ oder } \mathcal{B}, \bar{b}, 1 \models \varphi \end{aligned}$$

Geben Sie einen alternierenden Algorithmus an, der in polynomieller Zeit die Gültigkeit von geschlossenen Formeln der quantifizierten Aussagenlogik entscheidet.