

Übungen zur Vorlesung Temporallogik

Blatt 11

Aufgabe 33: Geben Sie jeweils zu den folgenden Äquivalenzen in CTL* an, ob sie gelten oder nicht. Begründen Sie Ihre Antwort. Geben Sie bei den Äquivalenzen, die nicht gelten, ein Gegenbeispiel an, und prüfen Sie nach, ob wenigstens eine der Implikationen gilt.

- a) $A(\varphi \vee \psi) \equiv A\varphi \vee A\psi$,
- b) $E(\varphi R \psi) \equiv E(\psi U (\varphi \wedge \psi)) \vee EG\psi$,
- c) $A(\varphi U \psi) \equiv \psi \vee (\varphi \wedge AXA(\varphi U \psi))$,
- d) $EF G \varphi \equiv EF EG \varphi$,
- e) $EX F \varphi \equiv EF X E \varphi$,
- f) $E(\varphi U \psi) \equiv E((E\varphi) U (E\psi))$.

Aufgabe 34: Ziel dieser Aufgabe ist es, Erfüllbarkeitstableaux für CTL* zu entwerfen. Ein Beweis der Korrektheit oder Vollständigkeit ist nicht verlangt (und auch nicht einfach).

Als Beschriftung eines Tableau-Knotens wählen wir nicht etwa eine beliebige Menge von Unterformeln der Eingabeformel in positiver Normalform, sondern diese ist von der Form

$$A(\Phi_1; \dots; \Phi_n), E\Psi_1, \dots, E\Psi_m, L$$

wobei $\Phi_1, \dots, \Phi_n, \Psi_1, \dots, \Psi_m$ beliebige Mengen von (erweiterten) Unterformeln der Eingabeformel sind. Diese werden wie üblich als Konjunktionen interpretiert. Die Semikolons stellen Disjunktionen dar, und L ist eine Menge von Literalen. D.h. solch eine Beschriftung wird interpretiert durch die Zustandsformel

$$A\left(\bigvee_{i=1}^n \bigwedge \Phi_i\right) \wedge \bigwedge_{j=1}^m E(\bigwedge \Psi_j) \wedge \bigwedge L$$

Die Spezialfälle $n = 0$ und $m = 0$ sind ebenfalls möglich. Zwei Regeln in diesem Tableau-Kalkül sind z.B.

$$(E\downarrow) \frac{A\Gamma, E\Psi, \Sigma, \downarrow, L}{A\Gamma, E(\downarrow, \Psi), \Sigma, L} \quad (A\vee) \frac{A(\varphi, \Phi; \psi, \Phi; \Gamma), \Sigma, L}{A(\varphi \vee \psi, \Phi; \Gamma), \Sigma, L}$$

wobei $\downarrow$ ein Literal ist und Σ bzw. Γ entsprechende Teile abkürzen.

- a) Geben Sie die noch fehlenden Regeln an, die benötigt werden, um Erfüllbarkeit in CTL^* zu charakterisieren. Dabei muss für jede Regel gelten: Wenn alle Prämissen erfüllbar sind, dann ist auch die Konklusion erfüllbar.
- b) Konstruieren Sie ein Tableau für die Formel

$$A \left(\neg q \wedge G(q \vee EXF\neg q) \wedge FGq \right)$$

Ist diese erfüllbar oder nicht?

Aufgabe 35: Verbessern Sie den Beweis von Satz 5.6 der Vorlesung so, dass er eine echt exponentielle untere Schranke von $2^{\Omega(|\varphi_n|)}$ an die Größe einer Übersetzung von CTL^+ nach CTL liefert.

Hinweis: Die präsentierte Schranke von $2^{\Omega(\sqrt{|\varphi_n|})}$ kommt lediglich daher, dass $|\varphi_n| = O(n^2)$ ist. Es reicht, φ_n so abzuändern, dass es nur noch linear groß in n ist. Dazu muss lediglich das Erhöhen des Zählers entsprechend anders formuliert werden.