

Übungen zur Vorlesung Temporallogik

Blatt 6

Die Logik PDL (*Propositional Dynamic Logic*) erweitert HML um reguläre Ausdrücke in den Modaloperatoren. Ihre Syntax ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\alpha &::= a \mid \alpha \cup \alpha \mid \alpha; \alpha \mid \alpha^* \\ \varphi &::= q \mid \varphi \vee \varphi \mid \varphi \wedge \varphi \mid \neg \varphi \mid \langle \alpha \rangle \varphi \mid [\alpha] \varphi\end{aligned}$$

wobei $a \in \Sigma$ und $q \in \mathcal{P}$. Die Semantik ist genau wie die für HML über allgemeinen, d.h. kantenbeschrifteten und nicht notwendigerweise totalen, Transitionssystemen definiert, wobei die verallgemeinerten Transitionsrelationen $\xrightarrow{\alpha}$ gegeben sind durch

$$\begin{aligned}s \xrightarrow{\alpha \cup \beta} t &\quad \text{gdw.} \quad s \xrightarrow{\alpha} t \text{ oder } s \xrightarrow{\beta} t \\ s \xrightarrow{\alpha; \beta} t &\quad \text{gdw.} \quad \text{es gibt } u \text{ mit } s \xrightarrow{\alpha} u \text{ und } u \xrightarrow{\beta} t \\ s \xrightarrow{\alpha^0} s & \\ s \xrightarrow{\alpha^{k+1}} t &\quad \text{gdw.} \quad s \xrightarrow{\alpha; \alpha^k} t \\ s \xrightarrow{\alpha^*} t &\quad \text{gdw.} \quad \text{es gibt ein } n \text{ mit } s \xrightarrow{\alpha^n} t\end{aligned}$$

Aufgabe 18: Überlegen Sie sich, dass für alle PDL-Formeln φ und reguläre Ausdrücke α und β die folgenden Äquivalenzen gelten:

$$\begin{aligned}\langle \alpha \cup \beta \rangle \varphi &\equiv \langle \alpha \rangle \varphi \vee \langle \beta \rangle \varphi & [\alpha \cup \beta] \varphi &\equiv [\alpha] \varphi \wedge [\beta] \varphi \\ \langle \alpha; \beta \rangle \varphi &\equiv \langle \alpha \rangle \langle \beta \rangle \varphi & [\alpha; \beta] \varphi &\equiv [\alpha][\beta] \varphi \\ \langle \alpha^* \rangle \varphi &\equiv \varphi \vee \langle \alpha \rangle \langle \alpha^* \rangle \varphi & [\alpha^*] \varphi &\equiv \varphi \wedge [\alpha][\alpha^*] \varphi\end{aligned}$$

Aufgabe 19: Entwerfen sie Erfüllbarkeitstableaux für die Logik PDL, und machen Sie plausibel, dass diese korrekt und vollständig sind.

Aufgabe 20: Zeigen Sie, dass das Erfüllbarkeitsproblem für PDL hart für EXPTIME ist. Orientieren Sie sich dabei am Beweis der EXPTIME-Härte des Erfüllbarkeitsproblems für CTL.