

Übungen zur Vorlesung Termersetzungssysteme

Blatt 2

Aufgabe 5: Sei \rightarrow gegeben durch $n \rightarrow m :\Leftrightarrow m = \frac{3n}{2} \vee m = \frac{7n}{5}$ mit den positiven ganzen Zahlen als Trägermenge.

1. Zeigen Sie, dass \rightarrow terminiert.
2. Was ist die Normalform von 150?
3. Geben Sie die Menge der Normalformen an.
4. Zeigen Sie, dass $14 \leftrightarrow 10$ und $28 \overset{*}{\leftrightarrow} 45$.

Aufgabe 6: Sei \rightarrow gegeben durch $n \rightarrow m :\Leftrightarrow m = \frac{3n}{2} \vee m = \frac{4n}{3}$ mit den positiven ganzen Zahlen als Trägermenge.

1. Zeigen Sie, dass \rightarrow nicht terminiert.
2. Geben Sie die Menge der Normalformen an.
3. Zeigen Sie, dass $40 \overset{*}{\leftrightarrow} 45$.

Aufgabe 7: Eine Relation \rightarrow heisst

- *beschränkt*, wenn für jedes Element x der Trägermenge die Länge aller von x ausgehenden Pfade durch eine natürliche Zahl beschränkt ist, formal: $\forall x \exists n \nexists y : x \overset{n}{\rightarrow} y$.
- *endlich verzweigend*, falls jedes Element der Trägermenge nur endlich viele Nachfolger bezüglich \rightarrow besitzt, also $\forall x \exists n : |\{y \mid x \rightarrow y\}| \leq n$

1. Ist jede terminierende Relation beschränkt?
2. Zeigen Sie, dass eine endlich verzweigende Relation terminiert genau dann wenn sie beschränkt ist.

Aufgabe 8: Auf einer Insel gibt es 15 rote, 14 blaue und 13 grüne Chamäleone. Wenn zwei Chamäleone mit unterschiedlichen Farben sich treffen, so nehmen beide die dritte Farbe an. Werden irgendwann alle die gleiche Farbe haben?