

Übungen zur Vorlesung Termersetzungssysteme

Blatt 6

Aufgabe 19: Das *Matching-Problem* für zwei gegebene Terme s und t besteht darin, zu entscheiden, ob es eine Substitution σ gibt, so dass $\sigma(s) = t$, und eine entsprechende Lösung σ gegebenenfalls zu berechnen.

Zeigen Sie, dass das Matching-Problem konstruktiv entscheidbar ist, indem Sie einen Algorithmus für dieses Problem angeben.

Aufgabe 20: Gegeben sei die folgende Menge E von Gleichungen für die Darstellung von endlichen Mengen durch geordnete Listen. Variablen sind durch Großbuchstaben dargestellt, die drei Funktionssymbole sind \emptyset (0-stellig), $:$ und \cup (2-stellig).

$$(X : Y) : Z \approx X : (Y : Z) \quad (1)$$

$$(X \cup Y) \cup Z \approx X \cup (Y \cup Z) \quad (2)$$

$$\emptyset \cup X \approx X \quad (3)$$

$$(X : Y) \cup Z \approx X : (Y \cup Z) \quad (4)$$

$$X \cup Y \approx Y \cup X \quad (5)$$

$$X : (Y : Z) \approx Y : (X : Z) \quad (6)$$

$$X : (X : Y) \approx X : Y \quad (7)$$

Leiten Sie die Gleichung $(x : (y : v)) \cup (z : (y : w)) \approx_E x : (y : (z : (v \cup w)))$ her. Dokumentieren Sie die Herleitung geeignet.

Aufgabe 21: Zeigen Sie, dass \approx_D , "Gleichheit modulo Distributivität" entscheidbar ist, wobei D durch die folgenden Gleichungen gegeben ist:

$$x * (y + z) \approx (x * y) + (x * z)$$

$$(x + y) * z \approx (x * z) + (y * z)$$

Aufgabe 22: Sei E eine endliche Menge von Gleichungen. Zeigen Sie, dass das Wortproblem für E entscheidbar ist, falls alle von \approx_E induzierten Äquivalenzklassen endlich sind.

Hinweis: Sie dürfen die Ergebnisse anderer Übungsaufgaben zur Lösung dieses Problems heranziehen.