Institut für Informatik
der Universität München
Dr. M. Lange
H. Gruber

WS 07/08

14.01.08

Übungen zur Vorlesung
Termersetzungssysteme
Blatt 7

Aufgabe 23: Sind die folgenden Unifikations-/Matchingprobleme lösbar? Berechnen Sie jeweils Lösungen, falls möglich. (Ersetzt man jeweils $\stackrel{?}{=}$ durch $\stackrel{?}{\lesssim}$, so entsteht das entsprechende Matchingproblem.)

a. $f(x,y) \stackrel{?}{=} f(h(a),x)$.

b. $f(x,y) \stackrel{?}{=} f(h(x),x)$.

c. $f(x,b) \stackrel{?}{=} f(h(y),z)$.

d. $f(x,x) \stackrel{?}{=} f(h(y),y)$.

Aufgabe 24: Erinnern Sie sich an die Schlussregeln der Gleichungslogik, und beweisen Sie die folgende Aussage: Sei G eine Menge von Gleichungen auf Grundtermen, und seien s,t beliebige Terme. Falls $G \vdash s \approx t$, so gibt es auch einen Beweisbaum, der die Substitutionsregel (Instantiiierungsregel)

$$\frac{s \approx t}{\sigma(s) \approx \sigma(t)}$$

niemals verwendet.

Aufgabe 25: Beweisen Sie das folgende Lemma:

Sei $S = \{x_1 = t_1, \dots x_n = t_n\}$ eine Instanz des Unifikationsproblems in gelöster Form. Dann gilt für jeden Unifikator σ:

$$\sigma = \sigma \circ \overrightarrow{S}.$$

Zur Erinnerung: Die Substitution $\overrightarrow{S}$ ist für eine gelöste Form S definiert als die Substitution $x_1 \mapsto t_1, \dots, x_n \mapsto t_n$.

Aufgabe 26: Aus der Vorlesung kennen Sie eine unendliche Familie von Instanzen des Unifikationsproblems, bei denen jeder allgemeinste Unifikator sehr groß ist, d.h. exponentiell in der Grösse n der Instanz des Problems.

a. Geben Sie eine unendliche Familie von Instanzen für diesen Sachverhalt an, bei der jede Instanz nur eine einzige Gleichung enthält. (Sie dürfen hier der Einfachheit halber annehmen, dass $\forall n \geq 0 : \Sigma^{(n)} \neq \emptyset$.)

b. Finden Sie eine unendliche Familie von Instanzen, bei der zusätzlich zu den Anforderungen aus Teilaufgabe a. die Signatur nur aus einer einzigen 2-stelligen Funktion besteht.