Institut für Informatik
der Universität München
Dr. M. Lange
H. Gruber

WS 07/08

28.01.2008

Übungen zur Vorlesung
Termersetzungssysteme

Blatt 9

Aufgabe 31: Aus der Vorlesung kennen Sie die Polynom-Vereinfachungsordnung $<_A$, die durch Interpretation der Funktionssymbole als Polynome über einer Teilmenge $A \subseteq \mathbb{R}$ induziert wird. Weisen Sie nach, dass diese Ordnung in der Tat eine Vereinfachungsordnung ist.

Aufgabe 32: Gegeben sei das Termersetzungssystem R mit den Regeln

$$\begin{array}{rcl} f(f(x)) & \to & g(x) \\ g(g(x)) & \to & f(x) \end{array}$$

Zeigen Sie, dass die Terminierung von R nicht mittels irgendeiner lexikographischen Pfadordnung nachgewiesen werden kann.

Aufgabe 33: Sei $\Sigma = \{a, s, 0\}$ die Signatur mit einem nullstelligen Funktionssymbol 0, einem einstelligen s und einem zweistelligen Funktionssymbol a. Zeigen Sie anhand einer lexikographischen Pfadordnung, dass das System

$$\begin{array}{rcl} a(0,y) & \to & s(y) \\ a(s(x),0) & \to & a(x,s(0)) \\ a(s(x),s(y)) & \to & a(x,a(s(x),y)) \end{array}$$

terminiert. Kann man die Terminierung dieses Systems auch mit einer Polynomialordnung nachweisen? Mit einer Knuth-Bendix-Ordnung?

Aufgabe 34: Ein Termersetzungssystem R über einer Signatur Σ heißt *grund-konfluent* (engl. *ground confluent*), falls es auf allen Grundtermen konfluent ist:

$$\forall s, t_1, t_2 \in T(\Sigma) : s \xrightarrow{*} t_1 \wedge s \xrightarrow{*} t_2 \Rightarrow t_1 \downarrow t_2.$$

Zeigen Sie, dass für ein Grund-Termersetzungssystem R, bei dem in allen Regeln nur Grundterme vorkommen, gilt:

R ist grund-konfluent genau dann wenn R konfluent ist.