

Übung zur Vorlesung Algorithmische Graphentheorie

Tutorübung: 10. November 2008 Abgabetermin: 17. November 2008

Aufgabe 1 *Satz von König (T)*

Zeigen Sie, dass in jedem bipartiten Graphen die Größe eines maximalen Matchings und die Größe einer minimalen Knotenüberdeckung identisch sind.

Aufgabe 2 *Kürzeste Pfade in Bäumen (H)*

Sei $G = (V, E)$ ein Baum. Geben Sie einen Algorithmus mit Laufzeit $O(|V|)$ an, nach dessen Ausführung Sie für zwei beliebige Knoten $u, v \in V$ einen kürzesten Pfad zwischen u und v in Laufzeit $O(d(u, v))$ berechnen können, wobei $d(u, v)$ die Länge dieses kürzesten Pfades bezeichne.

Aufgabe 3 *Zusammenhang (H)*

Bestimmen sie den minimalen Wert k , so dass jeder Graph mit n Knoten und Minimalgrad k zusammenhängend ist. (Zeigen sie insbesondere auch die Minimalität von k .)

Aufgabe 4 *Hamiltonkreise (H)*

Bestimmen sie den minimalen Wert k , so dass es NP-schwer ist, zu entscheiden, ob ein Graph mit Maximalgrad k einen Hamiltonkreis besitzt. (Geben Sie insbesondere einen Algorithmus an, der die Existenz in Graphen mit Maximalgrad $k - 1$ in polynomieller Zeit entscheidet.)

Aufgabe 5 *NP-Vollständigkeit (H)*

Zeigen Sie, dass es NP-vollständig ist, für einen Graphen $G = (V, E)$ und $k \in \mathbb{N}$ mit $1 \leq k \leq |V|$ zu entscheiden, ob eine Teilmenge $U \subseteq V$ der Knotenmenge existiert, so dass $|U| \leq k$ und $U \cup \{v \in N(u) : u \in U\} = V$.