

Übung zur Vorlesung Algorithmische Graphentheorie

Tutorübung: 24. November 2008 Abgabetermin: 1. Dezember 2008

Aufgabe 1 *Perfektion und bipartite Graphen* (T)

- (a) Zeigen Sie, dass das Komplement eines bipartiten Graphen perfekt ist.
- (b) Zeigen Sie, dass der Kantengraph eines bipartiten Graphen perfekt ist. (Hinweis: König hat gezeigt, dass der chromatische Index eines bipartiten Graphen gleich seinem Maximalgrad ist.)

Aufgabe 2 *Kantenfärbung des Petersen-Graphen* (H)

Zeigen Sie, dass der Petersen-Graph chromatischen Index 4 hat.

Aufgabe 3 *Intervallgraphen* (H)

Sei $\mathcal{I} = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$ eine Menge von Intervallen $I_j \subset \mathbb{R}$. Der *Intervallgraph* zu $\mathcal{I}$ ist dann gegeben durch $G_{\mathcal{I}} = (\mathcal{I}, E_{\mathcal{I}})$ mit $E_{\mathcal{I}} = \{(I_j, I_k) \in \mathcal{I} \times \mathcal{I} \mid I_j \neq I_k, I_j \cap I_k \neq \emptyset\}$. Zeigen Sie, dass jeder Intervallgraph perfekt ist.

Aufgabe 4 *Färbungen und Listenfärbungen* (H)

Für einen Graphen G bezeichne $ch(G)$ die listenchromatische Zahl und $ch'(G)$ den listenchromatischen Index von G . (Der listenchromatische Index ist analog zur listenchromatischen Zahl definiert, siehe Aufgabe 5 von Aufgabenblatt 4.)

- (a) Geben Sie für jedes $k \in \mathbb{N}$ mit $k \geq 2$ einen Graphen G an, so dass $\chi(G) = 2$ und $ch(G) > k$. (Hinweis: Betrachten Sie k -elementige Teilmengen einer $2k - 1$ -elementigen Menge.)
- (b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Satzes von Vizing ein $c \in \mathbb{N}$, so dass $ch'(G) < c \cdot \chi'(G)$.