

Übung zur Vorlesung Algorithmische Graphentheorie

Tutorübung: 1. Dezember 2008

Abgabetermin: 8. Dezember 2008

Aufgabe 1 *Satz von McGarvey (T)*

Sei V eine endliche Menge und $P = \{\succ_1, \succ_2, \dots, \succ_k\}$ eine Menge von k linearen Ordnungen auf V . Der Mehrheitsgraph von P ist der gerichtete Graph $\text{Maj}(P) = (V, A)$ mit Knotenmenge V und $(u, v) \in A$ falls $|\{i : u \succ_i v\}| > |\{i : v \succ_i u\}|$. Offensichtlich ist $\text{Maj}(P)$ ein Turniergraph, wenn k ungerade ist. Zeigen Sie, dass es für jeden Turniergraphen $G = (V, A)$ eine Menge P von linearen Ordnungen auf V mit $\text{Maj}(P) = G$ gibt.

Aufgabe 2 *Turnierlösungen (H)*

Für einen Turniergraphen G bezeichne $\text{SL}(G)$ die Slater-Menge und $\text{UC}(G)$ die unüberdeckte Menge von G . Zeigen Sie, dass für alle Turniergraphen G gilt: $\text{SL}(G) \subseteq \text{UC}(G)$.

Aufgabe 3 *Dominierende Mengen in Turniergraphen (H)*

Sei G ein gerichteter Graph mit Knotenmenge V . Eine Teilmenge $U \subseteq V$ der Knotenmenge heißt *dominierende Menge*, falls $U \cup \{v \in N^+(u) : u \in U\} = V$. Zeigen Sie, dass jeder Turniergraph eine dominierende Menge U mit $|U| \leq \lceil \log_2 |V| \rceil$ enthält, und geben Sie einen effizienten Algorithmus zur Berechnung von U an.

Aufgabe 4 *Eulerkreise in Turniergraphen (H)*

Zeigen oder widerlegen Sie, dass es für jede natürliche Zahl n mit $n > 12$ einen Turniergraphen auf n Knoten gibt, der einen Eulerkreis enthält.