Institut für Informatik
der Universität München
Porf. Martin Hofmann
Jan Hoffmann

WS 2008/09

22. Oktober 2008

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 2

Aufgabe P-4: Das Problem MAX-2-SAT ist definiert durch:

Gegeben:	Eine aussagenlogische Formel $F = C_1 \wedge \ldots \wedge C_m$ in 2-KNF, $k \leq m$.
Frage:	Gibt es eine Variablenbelegung α, so dass $\alpha(C_i) = 1$ für mindestens k der Klauseln C_i gilt ?

(a) Zeigen Sie, dass MAX-2-SAT NP-vollständig ist.

(b) Zeigen Sie, dass Instanzen von MAX-2-SAT mit $k \leq \frac{3}{4}m$ einfach zu entscheiden sind.

Aufgabe P-5: In der Vorlesung wurde gezeigt: falls $\mathsf{P} = \mathsf{NP}$ gilt, so gilt auch $\mathsf{E} = \mathsf{NE}$. Die Technik, die im Beweis benutzt wurde, bezeichnet man als *Padding*.

Benutzen Sie *Padding* um zu zeigen: gilt $\mathsf{E} = \mathsf{NE}$, dann folgt $\mathsf{EXP} = \mathsf{NEXP}$.

Aufgabe H-2: Zeigen Sie, dass NP unter Durchschnitt, Vereinigung und Konkatenation abgeschlossen ist. Beweisen sie also: sind die Sprachen L_1 und L_2 in NP, dann auch die Sprachen $L_1 \cap L_2$, $L_1 \cup L_2$ und $L_1 L_2 = \{w_1 w_2 \mid w_1 \in L_1, w_2 \in L_2\}$.

Aufgabe H-3: In der Vorlesung wurde der Hierarchiesatz für deterministische Zeitkomplexität bewiesen. Der Zeithierarchiesatz besagt:

$$\mathrm{TIME}(f(n)) \subsetneq \mathrm{TIME}(n^2 \cdot f(n)^2)$$

Durch die Auswahl einer geeigneten Funktion f (nämlich $f(n) = 2^n$) wurde in der Vorlesung gezeigt, dass aus dem Zeithierarchiesatz die Trennung der Komplexitätsklassen P und EXP, also $\mathsf{P} \subsetneq \mathsf{EXP}$, folgt.

Beweisen Sie mit einem analogen Argument die Trennung der Klassen E und EXP, also $\mathsf{E} \subsetneq \mathsf{EXP}$.

Abgabe der Hausaufgaben: Legen Sie Ihre Lösungen bitte bis spätestens **Mittwoch, 29.10.2008, 14 Uhr** in den Übungskasten vor **Raum F2** in der Oettingenstr. 67. **Besprechung** am Mittwoch, 29.10.2008.