

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 5

Aufgabe P-10: Zeigen Sie für alle $k \in \mathbb{N}$:

Aus $\Sigma_k^P = \Pi_k^P$ folgt $PH = \Sigma_k^P$.

Aufgabe P-11: Eine *Integer Expression* ist eine Beschreibung einer Menge von natürlichen Zahlen. Integer Expressions sind durch folgende Grammatik definiert (n ist eine natürliche Zahl):

$$e ::= n \mid e \cup e \mid e + e$$

Eine Integer Expression e definiert induktiv eine Menge $M(e)$ wie folgt:

- $M(n) = \{n\}$
- $M(e_1 \cup e_2) = M(e_1) \cup M(e_2)$
- $M(e_1 + e_2) = \{n_1 + n_2 \mid n_1 \in M(e_1) \text{ und } n_2 \in M(e_2)\}$

Das Problem INTEGER EXPRESSION INEQUIVALENCE ist nun folgendermaßen definiert.

Gegeben: Zwei Integer Expressions e_1 und e_2 .

Frage: Ist $M(e_1) \neq M(e_2)$?

- (a) Zeigen Sie, dass INTEGER EXPRESSION INEQUIVALENCE in der Klasse Σ_2^P liegt.
- (b) Versuchen Sie zu zeigen, dass INTEGER EXPRESSION INEQUIVALENCE in der Klasse NP liegt. Warum scheitern Ihre Versuche? (Tatsächlich ist INTEGER EXPRESSION INEQUIVALENCE vollständig für die Klasse Σ_2^P .)

Aufgabe H-7: Beweisen Sie die folgenden Aussagen über die Polynomielle Hierarchie.

- (a) Ist A vollständig für die Klasse Σ_k^P , so gilt $\Delta_{k+1}^P = P^A$ und $\Sigma_{k+1}^P = NP^A$.
- (b) Für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt $\Sigma_k^P \cup \Pi_k^P \subseteq \Delta_{k+1}^P \subseteq \Sigma_{k+1}^P \cap \Pi_{k+1}^P$.
- (c) Für alle $k \in \mathbb{N}$ gilt $\Delta_{k+1}^P = P^{\Pi_k^P}$ und $\Sigma_{k+1}^P = NP^{\Pi_k^P}$.

Abgabe der Hausaufgaben: Legen Sie Ihre Lösungen bitte bis spätestens Mittwoch, 19.11.2008, 14 Uhr in den Übungskasten vor Raum F2 in der Oettingenstr. 67. Besprechung am Mittwoch, 19.11.2008.