

Übungen zur Vorlesung Komplexitätstheorie

Blatt 6

Aufgabe P-12: Zeigen Sie, dass das Problem 2-SAT vollständig für NLOGSPACE ist.

- (a) Zeigen Sie zuerst, dass 2-SAT NLOGSPACE-schwer ist, indem Sie das Erreichbarkeitsproblem darauf reduzieren.
- (b) Anschliessend zeigen Sie, dass 2-SAT in NLOGSPACE ist. *Hinweis:* Definieren Sie zu einer Formel F in 2-KNF einen geeigneten Graphen G , so dass sich die Unerfüllbarkeit von F durch die Existenz von Wegen in G ausdrücken lässt.

Aufgabe P-13: Diese Aufgabe soll den Unterschied zwischen NP und NLOGSPACE verdeutlichen.

- (a) Zeigen Sie, dass folgendes Problem in LOGSPACE ist:

Gegeben: Formel $F = C_1 \wedge \dots \wedge C_m$ in KNF, Variablenbelegung α

Frage: Ist F durch α erfüllt, d.h., ist $\alpha(F) = 1$?

- (b) Folgern Sie, dass ein Problem A in NP ist genau dann, wenn es eine Relation $R(.,.) \in \text{LOGSPACE}$ und $k \in \mathbb{N}$ gibt, mit

$$x \in A \text{ gdw. } \exists y : |y| \leq |x|^k \text{ und } R(y, x) \quad (*)$$

- (c) Vergleichen Sie dies mit Satz 10 aus Kapitel 2 der Vorlesung. Begründen Sie, warum $(*)$ keine Charakterisierung von NLOGSPACE ergibt.
- (d) Überlegen Sie, wie man eine zu Satz 10 aus Kapitel 2 analoge Charakterisierung von NLOGSPACE erhalten kann.

Aufgabe P-14: Zeigen Sie, dass das folgende Problem NLOGSPACE-vollständig ist:

Gegeben: Gerichteter Graph G , Knoten s .

Frage: Gibt es einen Kreis in G , der von s erreichbar ist?

Aufgabe H-8: Das Problem 2-FÄRBBARKEIT ist definiert wie folgt.

Gegeben: Ungerichteter Graph $G = (V, E)$.

Frage: Ist G 2-färbbar? D.h., gibt es eine Funktion $f : V \rightarrow \{0, 1\}$ mit $f(v) \neq f(u)$ für alle $u, v \in V$ mit $\{u, v\} \in E$?

Zeigen Sie, dass 2-FÄRBBARKEIT in der Klasse NLOGSPACE ist.

Hinweis: Sie können in Ihrer Lösung den folgenden Satz ohne Beweis verwenden.

Ein Graph G ist 2-färbbar genau dann, wenn G keinen Kreis ungerader Länge enthält.

Abgabe der Hausaufgaben: Legen Sie Ihre Lösungen bitte bis spätestens Mittwoch, 26.11.2008, 14 Uhr in den Übungskasten vor Raum F2 in der Oettingenstr. 67. Besprechung am Mittwoch, 26.11.2008.