Aufgabe 1

Das *Komplement* eines Literals sei wie folgt definiert:

- Wenn das Literal eine Variable p ist, dann ist sein Komplement $\neg p$,
- wenn das Literal negiert ist, also die Form $\neg p$, hat, dann ist sein Komplement p.

Ein Literal l heisst *pur* in einer Klauselmenge S (Klauseln seien Mengen von Literalen), wenn l Element einer Klausel in S ist und das Komplement von l in keiner Klausel von S enthalten ist.

Eine Klausel c in einer Klauselmenge S heisst *pur* in S, wenn c ein in S pures Literal enthält.

Man zeige, dass für jede pure Klausel c in einer Klauselmenge S folgendes gilt:

1. S und $S \setminus \{c\}$ sind erfüllbarkeitsäquivalent (Def. Skript S. 6),
2. S und $S \setminus \{c\}$ sind im Allgemeinen nicht äquivalent (Def. Skript S. 6).

Aufgabe 2

Die Methode der *Davis-Putnam-Resolution* sei durch das folgende iterative Verfahren definiert.

DP-Resolution: Gegeben eine Klauselmenge S:

1. Falls S leer ist oder die leere Klausel enthält, halte.
2. Falls nicht, wähle eine beliebiges Literal l aus einer Klausel von S aus; sei p die Variable von l.
3. Bilde die Menge R aller Resolventen mit Resolventenvariable p und Elternklauseln aus S.
4. Lösche alle Klauseln aus $S \cup R$, die p oder $\neg p$ enthalten.
5. Wiederhole das Verfahren mit der erhaltenen Menge als Eingabemenge.

Beweisen Sie, dass

1. das Verfahren für jede Startmenge S immer terminiert
2. und dass die Terminierungsmenge leer ist gdw wenn die Startmenge S erfüllbar ist.

Aufgabe 3

Man zeige, dass es zu jedem geschlossenen semantischen Baum (Def. Skript S. 23) B für eine Klauselmenge S eine Baum-Resolutionswiderlegung (Def. Skript S. 22) B' von S gibt derart, dass die Anzahl der Knoten von B' kleiner oder gleich der Anzahl der Knoten von B ist.